$\lim_{n \to +\infty} (U_n - V_n) = 0$

conclusion : (U_n) et (V_n) sont adjacentes.

3) $U_n \geq 0$ et $(V_n) \leq 0$ d'où : $V_n \leq U_n$

$U_{n+1} - U_n = \frac{\sqrt{n} - \sqrt{n+2}}{(\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1})(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})} \leq 0$ d'où (U_n) est décroissante .

$V_n = -U_n \Rightarrow (V_n)$ est croissante

$\lim_{n \to +\infty} (U_n - V_n) = \lim_{n \to +\infty} 2U_n = \lim_{n \to +\infty} \frac{2}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} = 0$

conclusion : (U_n) et (V_n) sont adjacentes.

EXERCICE№21

1) soit $W_n = U_n - V_n$

$W_{n+1} = U_{n+1} - V_{n+1} = \frac{U_n+2V_n}{3} - \frac{U_n+3V_n}{4} = \frac{U_n - V_n}{12} = \frac{1}{12} W_n$

D'où (W_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{12}$ et de premier terme $W_0 = 11$

2) $U_n - V_n = W_n = W_0.q^n \Rightarrow U_n - V_n = 11 \times \left(\frac{1}{12}\right)^n \Rightarrow U_n - V_n \geq 0$

Par suite : $U_n \geq V_n$

3)* $U_{n+1} - U_n = \frac{U_n+2V_n}{3} - U_n = \frac{2(V_n-U_n)}{3} = \frac{2}{3} W_n \leq 0$ d'où : (U_n) est décroissante

* $V_{n+1} - V_n = \frac{1}{4} W_n \geq 0$ d'où : (V_n) est croissante

* $\lim_{n \to +\infty} (U_n - V_n) = \lim_{n \to +\infty} W_n = \lim_{n \to +\infty} 11 \times \left(\frac{1}{12}\right)^n = 0$

* on sait que : $U_n \geq V_n$;

conclusion : (U_n) et (V_n) sont adjacentes

par suite elles convergent vers une même limite α

4) $t_n = 3U_n + 8V_n$

a) $t_{n+1} = 3U_{n+1} + 8V_{n+1} = (U_n + 2V_n) + 2(U_n + 3V_n)$

$= 3U_{n+1} + 8V_{n+1} = t_n$ d'où : (t_n) est constante.

b) $t_0 = 3U_0 + 8V_0$

$t_0 = 44$ d'où : $t_n = 44$, $\forall n \in \mathbb{N}$

$\Rightarrow 3U_n + 8V_n = 44 \Rightarrow \lim_{n \to +\infty} (3U_n + 8V_n) = 44 \Rightarrow 11\alpha = 44$

$\Rightarrow \alpha = \frac{44}{11} = 4$

Qarray.tn Aqua Blech- Qarray.tn